

RESTORASI CITRA MENGGUNAKAN SVD DENGAN MATRIKS DISTRIBUSI GAUSS TEROTASI

Priadhana Edi Kresnha

Teknik Informatika, Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Jakarta, Jakarta Pusat, Indonesia
dhanahebat@gmail.com

Abstrak

Restorasi citra umum digunakan untuk berbagai keperluan penting, seperti perbaikan gambar yang sudah rusak, pengembalian dokumen lama yang sudah sulit untuk dibaca, dan sebagainya. Dalam paper ini dijelaskan salah satu teknik restorasi citra menggunakan metode Singular Value Decomposition (SVD), di mana kernel untuk proses konvolusi restorasi berbentuk Persebaran Gaussian. Pada matriks persebaran Gauss standar, jika dilakukan SVD, maka rank dari matriks singular adalah 1. Sedangkan dalam proses dekonvolusi, dibutuhkan matriks pseudo-inverse dari kernel degradasi untuk melakukan restorasi balik. Dengan rank yang bernilai satu, maka elemen s yang dibutuhkan hanya satu, yang menyebabkan kondisi matriks pseudo-inverse memiliki nilai sangat mirip dengan kondisi matriks awal. Akibatnya hasil dari restorasi citra tidak berbeda dari hasil degradasinya. Dengan melakukan modifikasi pada kernel restorasi dengan memutar matriks persebaran Gauss, maka rank dari matriks singular yang terbentuk tidak bernilai 1, sehingga matriks pseudo-inverse dari degradasi kernel berbeda dengan matriks degradasi kernel itu sendiri. Penggunaan matriks distribusi Gauss yang sudah dirotasi dapat meningkatkan PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) dari ketika pengubahan dari gambar ter-degradasi ke gambar ter-restorasi.

Kata Kunci : SVD, restorasi citra, matriks distribusi Gauss, matriks pseudo-inverse

1. Pendahuluan

Citra merupakan salah satu bagian yang penting dalam ilmu komputer dan merupakan bagian yang tidak terlepas dari berbagai cabang pengetahuan. Di BMG, citra digunakan untuk menganalisis pergerakan awan sehingga cuaca pada suatu waktu dapat diperkirakan. Kemudian ketika masa perang, citra berupa gambar dunia atau gambar wilayah tertentu digunakan untuk merencanakan strategi, seperti peletakan pasukan perang, peletakan ranjau, peledakan sasaran. Citra juga digunakan di bidang astronomi, keamanan masyarakat, citra satelit, dsb. Saat ini pun citra digunakan di bidang kedokteran hingga robotik. Namun karena satu dan lain hal, terkadang citra yang sedang dikaji mengalami penurunan kualitas, yang mungkin disebabkan oleh derau dan blur. Oleh karena itulah restorasi citra diperlukan, dan menyebabkan bidang ini berkembang cukup cepat dalam ranah pemrosesan citra.

Restorasi citra bertujuan untuk memperbaiki sebuah citra yang terlihat rusak, dan

mengembalikan citra tersebut sesuai mungkin dengan bentuk aslinya. Tentu hal ini sangat bermanfaat, contohnya ketika ingin merekonstruksi kejadian yang telah lalu, seperti perang dunia, namun citra yang tersedia sangat buruk, dengan proses restorasi citra diharapkan gambar yang mirip dengan suasana aslinya dapat diperoleh dengan tepat sehingga proses rekonstruksinya pun lebih akurat.

Restorasi citra juga digunakan untuk keperluan perbaikan dokumen. Sebagaimana yang dijelaskan oleh Laburgouis & Hubert (2006), terkadang dokumen, terutama dokumen lama yang telah disimpan bertahun-tahun, mengalami penurunan kualitas kertas, sehingga banyak kendala yang muncul, seperti huruf tembus ke balik halaman, sementara di balik halaman terdapat tulisan lain yang mengakibatkan tulisan tersebut tidak terbaca. Kemudian huruf mulai luntur seiring dengan bertambahnya waktu, sehingga kian hari tulisan kian tidak terbaca. Hal ini mengakibatkan diperlukannya sarana elektronik untuk mengambil alih media penyimpanan tulisan pada kertas. Lebih

lagi, agar informasi tidak hilang, perlu ada suatu proses terlebih dahulu, yaitu pembacaan tulisan oleh komputer, sehingga isi yang ada di komputer cukup tulisan yang disimpan dalam format teks, bukan gambar.

Pentingnya restorasi citra menyebabkan berbagai teknik pengolahan citra dalam bidang pengembalian bentuk citra asli berkembang cukup pesat. Banyak studi yang telah dilakukan berkaitan dengan restorasi citra. Paper Laburgouis & Hubert (2006) menjelaskan mengenai restorasi citra dokumen, sehingga isi dokumen lengkap dapat diketahui dengan jelas. Cara yang digunakan adalah *segmentasi*, memisahkan citra huruf asli, *background*, dan *noise*. Cara ini dapat disebut sebagai *clustering*, karena paper tersebut berusaha memisahkan citra-citra tersebut ke dalam beberapa kluster. Metode *clustering* pertama yang digunakan adalah *k-means clustering*. Hasil yang didapat cukup memuaskan. Cara *clustering* tersebut kemudian dikembangkan, dan digunakanlah *meanshift clustering* dengan memanfaatkan fungsi kernel untuk melakukan pemindahan titik pusat kelas.

Pada paper Mallahzadeh, Dehghani, & Elyasi (2008), Moayeri & Konstantinides (1998), dan Sroubek & Flusser (2003), teknik restorasi citra untuk memperbaiki citra tanpa mengetahui citra asli dikembangkan. Paper Mallahzadeh, Dehghani, & Elyasi (2008) mengajukan modifikasi versi Katssalgelous dan Lay, di mana restorasi *imagemultiscale blind* dibagi ke dalam dua tahap, yaitu penyusutan normal untuk penghilangan derau pada citra, dan tahap kedua adalah versi modifikasi Katssalgelous dan Lay untuk estimasi dan kombinasi metode keduanya untuk mencapai restorasi citra *multiscale blind*. Kemudian paper Moayeri & Konstantinides (1998) menjelaskan algoritma untuk men-deblur citra, dimana *points spread function* (psf) dan kekuatan derau diasumsikan tidak diketahui. Pada teknik ini diperkirakan blur *PSF* dan restorasi citra, selanjutnya secara iteratif, dilakukan perbaikan-perbaikan yang sesuai.

Restorasi citra melalui subcitra dan keyakinan citra diajukan oleh Nagy & O'Leary (2002). Diinformasikan pada paper tersebut bahwa algoritma rekonstruksi citra terkadang efektif, namun biayanya tinggi, terutama karena kertasnya sangat besar. Beberapa cara yang diusulkan antara

lain penerapan algoritma rekonstruksi pada beberapa *subimage*, dalam rangka meninggikan rekonstruksi *region of interest (ROI)*. Kemudian mengkonstruksi interval keyakinan untuk nilai piksel dengan men-generalisasi teorema O'Leary dan Rust agar diperbolehkan batas atas dan batas bawah pada variabel.

Di paper ini cara yang digunakan adalah penggunaan kernel restorasi berbentuk *Gaussian*, sebagai alat untuk menghilangkan derau, dan blur melalui proses dekonvolusinya. Pada bab 2 dibahas mengenai operator konvolusi. Kemudian bab 3 mengenai proses konvolusi, bab 4 mengenai degradasi kernel yang digunakan beserta modifikasinya. Bab 5 menjelaskan mengenai beberapa percobaan yang telah dilakukan dan hasilnya, dan bab yang terakhir, yaitu bab 6 adalah kesimpulan.

2. Operator Konvolusi

Operator konvolusi merupakan salah satu operator dalam pengolahan citra. Operator ini digunakan untuk melakukan *blurring* pada suatu citra. Menggunakan representasi ma-triks atau vektor, citra terdegradasi umumnya digambarkan pada model persamaan berikut,

$$y = Hx + n \quad (1)$$

Dimana y adalah citra terdegradasi, dan H adalah filter degradasi atau matriks degradasi, biasanya berbentuk *Gaussian* jika metode *blurring*-nya sesuai dengan persebaran *Gauss*, ataupun bisa berbentuk matriks dengan nilainya sama jika menggunakan metode degradasi *block*. Variabel x adalah citra asli, dan n adalah derau (*noise*).

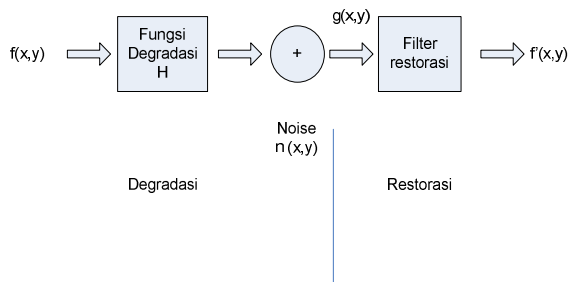
Untuk mengembalikan citra asli, perlu dilakukan dekonvolusi, yaitu dengan membalikkan persamaan 1, sehingga menjadi,

$$\hat{x} = H^+ y \quad (2)$$

Dimana \hat{x} adalah citra hasil restorasi, dan H^+ adalah *pseudo-inverse* matriks kernel degradasi. Citra yang sudah terdegradasi tidak akan pernah sama hasil restorasinya dengan citra aslinya karena yang dilakukan bukanlah perkalian matriks sederhana, namun proses konvolusi. Penjelasan mengenai

proses konvolusi akan dilakukan pada bab berikutnya.

Ilustrasi dari proses degradasi pada persamaan 1 dan dilanjutkan dengan proses restorasi pada persamaan 2 dideskripsikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Citra terdegradasi dan ditambah noise, dan direstorasi menggunakan filter restorasi menghasilkan citra restorasi.

Bentuk persamaan yang mewakili Gambar 1 adalah sebagai berikut,

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y) \quad (3)$$

Secara teori, jika $g(x, y)$ bebas derau, restorasi dapat dilakukan dengan fungsi transfer inverse $H(u, v)$ sebagai filter restorasi.

3. Proses Konvolusi

Proses konvolusi digambarkan dengan perkalian antara sebuah matriks kernel dengan matriks citra. Namun dalam praktiknya, yang dilakukan bukanlah perkalian matriks, namun penjumlahan antara elemen-elemen yang bersesuaian antara dua matriks yang diproses menghasilkan sebuah angka tunggal.

Contohnya jika terdapat 2 buah matriks berikut,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

dan

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

Maka nilai C yang merupakan konvolusi antara A dan B adalah

$$C = a_{11} * b_{11} + a_{12} * b_{12} + a_{13} * b_{13} + \dots + a_{33} * b_{33} \quad (4)$$

Jika matriks A dan B tidak sama jumlahnya, maka matriks yang lebih kecil ukurannya akan dikonvolusikan terhadap matriks yang lebih besar ukurannya, dan menghasilkan beberapa nilai.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

dan

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

maka

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

dimana

$$\begin{aligned} c_{11} &= a_{11} * b_{11} + \dots + a_{33} * b_{33} \\ c_{12} &= a_{11} * b_{12} + \dots + a_{33} * b_{34} \\ c_{21} &= a_{11} * b_{21} + \dots + a_{33} * b_{43} \\ c_{22} &= a_{11} * b_{22} + \dots + a_{33} * b_{44} \end{aligned} \quad (5)$$

Matriks C disebut sebagai matriks hasil konvolusi A dan B dimana ukurannya disesuaikan antara matriks satu dengan lainnya.

4. Degradasi Kernel

Untuk memproses suatu citra menjadi citra yang terdegradasi, dalam hal ini adalah *blurred image*, diperlukan sebuah konvolusi sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya. Kini yang perlu dipikirkan adalah, selain matriks gambar, matriks apa lagi yang dibutuhkan? Jawabannya adalah matriks kernel. Ada beberapa macam matriks kernel berdasarkan metode *blurring*-nya. Yang akan dijelaskan di sini adalah *box filter* dan *Gaussian filter*.

4.1. Box Filter

Box filter adalah proses *blurring image* dimana matriks konvolusinya (kernel) bernilai sama

untuk semua elemen, dan hasil akhirnya dibagi dengan jumlah elemen pada matriks kernel. Contoh: jika A adalah matriks gambar dan B adalah matriks kernel, maka matriks B adalah

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

Dimana $b_{11}=b_{12}=b_{33}$. Sama dengan cara yang telah dibahas sebelumnya, jika C adalah gambar hasil degradasi, maka matriks C bernilai

$$C = \frac{a_{11} * b_{11} + a_{12} * b_{12} + a_{13} * b_{13} + \dots a_{33} * b_{33}}{n} \quad (6)$$

Dimana n adalah jumlah elemen pada matriks B, dalam hal ini 9.

4.2. Gaussian Distribution

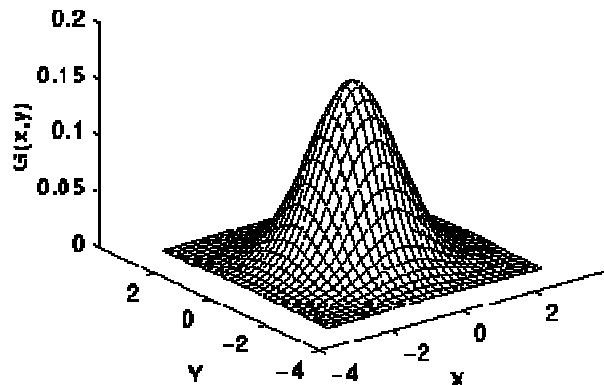
Selain box filter, terdapat juga Gaussian filter, yaitu meto-de blurring yang matriks kernelnya berelemen mengikuti aturan distribusi Gauss. Persamaan distribusi Gauss pada matriks 2D adalah sebagai berikut,

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

Dengan mengambil nilai rata-rata x dan y berada di titik 0, maka persamaan 4 dapat diubah menjadi

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x)^2+(y)^2}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

Jika digambarkan dalam bentuk 3D, matriks distribusi Gauss lebih kurang mirip dengan Gambar 2. Tentu hal ini didapat jika elemen-elemen dalam matriks *Gaussian* bersifat *continue*.

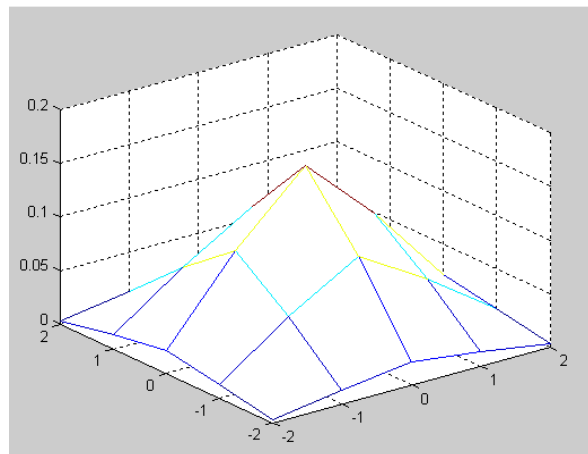


Gambar 2. Ilustrasi distribusi *Gauss* untuk 2 variabel (x, y) digam-barkan pada dimensi 3.

Contoh riil dari bentuk matriks distribusi Gauss untuk ukuran 5 dan $\sigma^2 = -1$ adalah sebagai berikut,

0.0029	0.0131	0.0215	0.0131	0.0029
0.0131	0.0585	0.0965	0.0585	0.0131
0.0215	0.0965	0.1592	0.0965	0.0215
0.0131	0.0585	0.0965	0.0585	0.0131
0.0029	0.0131	0.0215	0.0131	0.0029

Ilustrasi dari matriks di atas dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Ilustrasi gambar riil dari matriks distribusi Gauss berukuran 5 x 5 dan $\sigma^2 = -1$.

Namun kendala yang ditemui pada bentuk ini adalah rank matriks bernilai 1. Jika demikian, maka matriks kernel tidak bisa dilibatkan dalam tahap restoration, sebab rank dari matriks singular S adalah 1. Dimana akibat langsungnya adalah kesulitan dalam menghitung *pseudo-inverse* dari matriks kernel. Hal ini juga berlaku untuk matriks

degradasi box filter, dimana rank matriks box filter bernilai 1.

Solusi yang paling memungkinkan adalah dengan merotasikan matriks kernel. Cara merotasikan ada 2 jenis, yaitu rotasikan posisi elemen-elemen dalam matriks kernel, atau rotasikan nilai elemen-elemen dalam matriks kernel dengan matriks rotasi.

4.2.1. Rotasi Elemen Secara Fisik

Rotasi pertama akan mengubah posisi elemen dan ukuran matriks Gauss. Contoh matriks distribusi Gauss berukuran 9 x 9.

```

0.0034 0.0039 0.0043 0.0045 0.0046 0.0045
0.0043 0.0039 0.0034
0.0039 0.0044 0.0049 0.0052 0.0053 0.0052
0.0049 0.0044 0.0039
0.0043 0.0049 0.0054 0.0058 0.0059 0.0058
0.0054 0.0049 0.0043
0.0045 0.0052 0.0058 0.0061 0.0062 0.0061
0.0058 0.0052 0.0045
0.0046 0.0053 0.0059 0.0062 0.0064 0.0062
0.0059 0.0053 0.0046
0.0045 0.0052 0.0058 0.0061 0.0062 0.0061
0.0058 0.0052 0.0045
0.0043 0.0049 0.0054 0.0058 0.0059 0.0058
0.0054 0.0049 0.0043
0.0039 0.0044 0.0049 0.0052 0.0053 0.0052
0.0049 0.0044 0.0039
0.0034 0.0039 0.0043 0.0045 0.0046 0.0045
0.0043 0.0039 0.0034

```

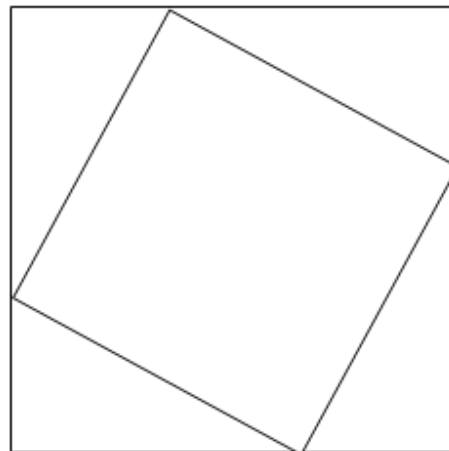
Diputar beberapa derajat searah jarum jam menjadi matriks

```

0.0046 0.0052 0.0054 0.0052 0.0046 0.0058
0.0053 0.0058 0.0058 0.0053 0.0061 0.0059
0.0052 0.0059 0.0061 0.0059 0.0062 0.0058
0.0058 0.0062 0.0062 0.0061 0.0054 0.0058
0.0054 0.0061 0.0064 0.0058 0.0053 0.0045
0.0058 0.0062 0.0052 0.0052 0.0059 0.0045

```

Ukuran menjadi lebih kecil karena efek dari pemutaran sebagaimana ditampilkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Proses pemutaran posisi elemen pada matriks distribusi Gauss secara manual.

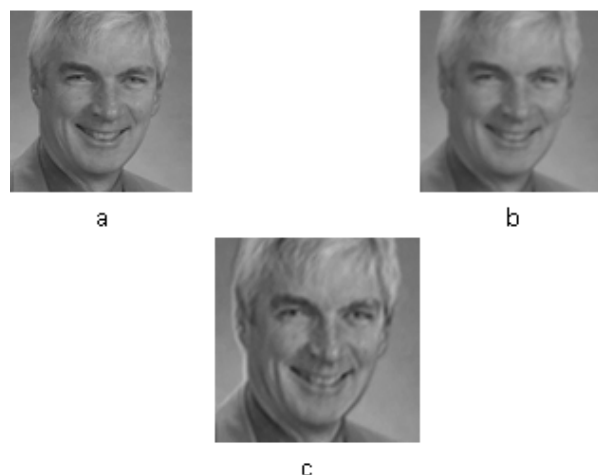
Rank dari matriks Gaussian hasil pemutaran di atas lebih besar daripada 1. Jika dilakukan SVD terhadap matriks di atas, matriks singular valuenya adalah

```

0.0337  0  0  0  0  0
0  0.0017  0  0  0  0
0  0  0.0012  0  0  0
0  0  0  0.0007  0  0
0  0  0  0  0.0003  0
0  0  0  0  0  0.0001

```

Dengan melakukan dekonvolusi sesuai dengan persamaan 2, didapat contoh gambar berikut.



Gambar 5. Citra asli (a), citra didegradasi (b), dan citra restorasi (c).

Pengukuran kemiripan antara gambar asli dengan hasil restorasi dapat dilakukan menggunakan persamaan *Peak Signal to Noise Ratio (PSNR)*.

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{256^2 N_1 N_2}{\|\hat{x} - x\|^2} \quad (9)$$

PSNR dari hasil percobaan menggunakan rotasi elemen secara fisik turun dari citra *blurred* ke citra *restored*. Hal ini menunjukkan bahwa kualitas hasil *blurr* lebih dekat dengan citra asli dibanding hasil restorasi. Tentu keadaan ini bukanlah yang dikehendaki, sebab seharusnya citra hasil restorasi memiliki PSNR lebih besar dibanding citra *blurr*. PSNR citra degradasi adalah 95.6527, dan PSNR citra restorasi adalah 89.2743.

Dari sini dapat diketahui bahwa metode pemutaran elemen secara fisik tidak efektif. Untuk itu perlu alternatif lain yaitu pemutaran nilai distribusi Gaussian dengan matriks putar.

4.2.2. Rotasi matriks distribusi Gauss

Persamaan untuk setiap elemen dalam matriks distribusi ditulis sesuai dengan persamaan 4 atau 5. Berdasarkan persamaan 4, jika (x, y) dikalikan dengan matriks perputaran.

$$\begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$$

maka

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

sehingga

$$x' = x \cos \Theta + y \sin \Theta$$

$$y' = -x \sin \Theta + y \cos \Theta$$

Persamaan (7) menjadi

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x')^2 + (y')^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

atau

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x \cos \Theta + y \sin \Theta)^2 + (-x \sin \Theta + y \cos \Theta)^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

Masing-masing pangkat dijabarkan sebagai berikut, Sisi kiri

$$(x \cos \Theta + y \sin \Theta)^2 = x^2 \cos^2 \Theta + y^2 \sin^2 \Theta + 2xy \cos \Theta \sin \Theta$$

$$(x \cos \Theta + y \sin \Theta)^2 = x^2 \cos^2 \Theta + y^2 \sin^2 \Theta + 2xy \cos \Theta \sin \Theta$$

Sisi kanan

$$(-x \sin \Theta + y \cos \Theta)^2 = x^2 \sin^2 \Theta + y^2 \cos^2 \Theta - 2xy \sin \Theta \cos \Theta$$

$$(-x \sin \Theta + y \cos \Theta)^2 = x^2 \sin^2 \Theta + y^2 \cos^2 \Theta - 2xy \sin \Theta \cos \Theta$$

Maka

persamaan

$$\begin{aligned} & (x \cos \Theta + y \sin \Theta)^2 + (-x \sin \Theta + y \cos \Theta)^2 \\ & \text{menjadi} \\ & = x^2 \cos^2 \Theta + y^2 \sin^2 \Theta + 2xy \cos \Theta \sin \Theta + x^2 \sin^2 \Theta \\ & + y^2 \cos^2 \Theta - 2xy \sin \Theta \cos \Theta \\ & = x^2 (\cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta) + y^2 (\sin^2 \Theta + \cos^2 \Theta) \\ & = x^2 + y^2 \end{aligned}$$

atau menjadi ke bentuk semula.

Rotasi matriks tidak memberikan pengaruh apapun pada perubahan bentuk nilai matriks distribusi Gaussian. Oleh karena itu diusulkan agar bentuknya diubah, dimana persebarannya tidak berbentuk lingkaran, namun berbentuk oval / elips.

Matrix distribusi Gauss berbentuk lingkaran dimana nilai pada pusat lingkaran adalah nilai tertinggi. Rumus pada matriks distribusi Gauss bagian pangkat dapat dianalogikan sebagai persamaan lingkaran. Persamaan lingkaran dapat ditulis sebagai berikut,

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (12)$$

Persamaan 3 dapat diubah ke dalam bentuk

$$\frac{x^2 + y^2}{r^2} = 1 \quad (13)$$

Dimana r adalah jari-jari lingkaran. Jika radius lingkaran diasumsikan sebagai varian, maka bentuk persamaan 13 menjadi

$$\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} = 1 \quad (14)$$

Yang mirip bagian eksponen dari matriks distribusi Gauss. Artinya, jika persamaan 14 dimasukkan

dalam distribusi Gauss, maka bentuknya menjadi sebagai berikut

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Persebaran Gauss dalam 2D yang berbentuk lingkaran dapat diubah menjadi elips, yaitu dengan memasukkan 2 nilai varian yang masing-masing mewakili varian x dan y. Tentu persamaan eksponen distribusi Gaussian harus diubah mengikuti bentuk distribusi yang bukan lagi lingkaran.

Persamaan lingkaran pada persamaan 14 diubah menjadi

$$\frac{x^2}{r_1^2} + \frac{y^2}{r_2^2} = 1 \quad (16)$$

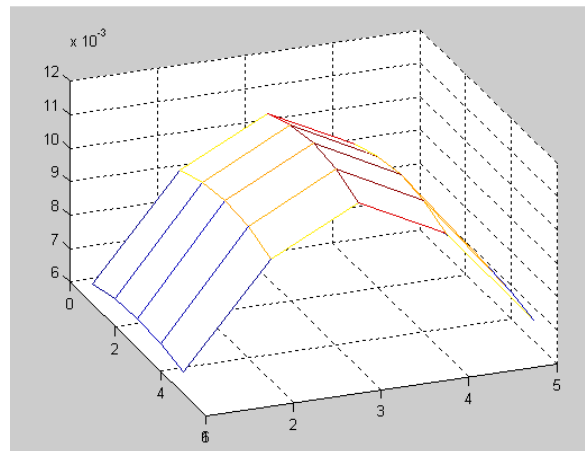
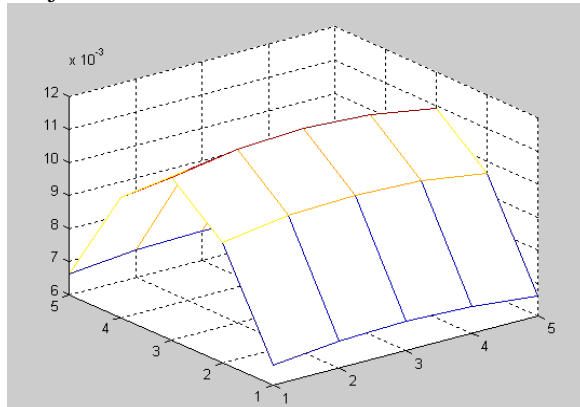
dimana r_1 adalah jari-jari di episentrum x dan r_2 jari-jari di episentrum y. Kedua jari-jari tersebut dianggap sebagai varian pertama dan kedua (σ_1 dan σ_2). Demikian persamaan *Gaussian* berubah menjadi

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1 * \sigma_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2}\right)} \quad (17)$$

Dengan nilai $\sigma_1 = 2$ dan $\sigma_2 = 7$, didapat matriks distribusi Gauss sebagai berikut:

```
0.0066 0.0068 0.0069 0.0068 0.0066
0.0096 0.0099 0.01 0.0099 0.0096
0.0109 0.0113 0.0114 0.0113 0.0109
0.0096 0.0099 0.01 0.0099 0.0096
0.0066 0.0068 0.0069 0.0068 0.0066
```

Nilai tersebut digambarkan dengan sebuah grafis menjadi



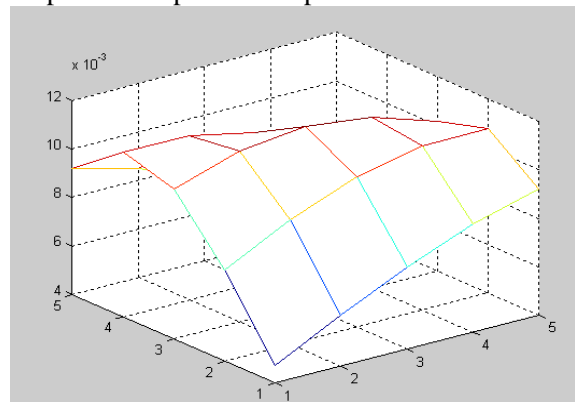
Gambar 6. Ilustrasi matriks persebaran Gaussian dalam bentuk grafis.

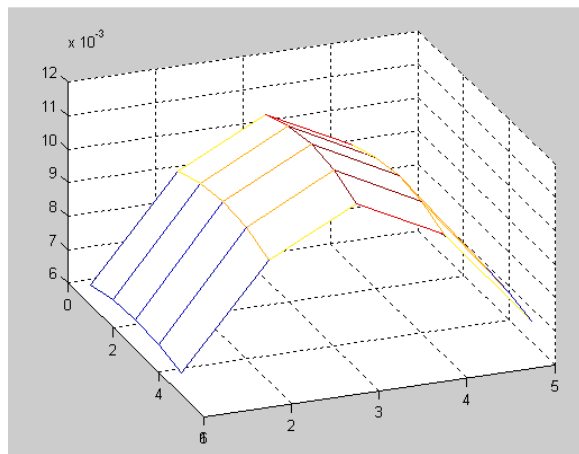
Jika dilakukan SVD terhadapnya, maka matriks singular dari distribusi Gauss adalah

```
0.0452 0 0 0 0
0 0.0000 0 0 0
0 0 0.0000 0 0
0 0 0 0.0000 0
0 0 0 0 0.0000
```

dan ranknya adalah 1.

Matrix Gauss berbentuk elips tersebut diputar sebesar 23° , dan hasil pemutaran matriksnya didapat bentuk persebaran pada Gambar 7.





Gambar 7. Bentuk persebaran matriks Gaussian setelah diputar 23°.

Singular value dari bentuk SVD matriks hasil pemutaran adalah sebagai berikut:

0.0452	0	0	0	0
0	0.0061	0	0	0
0	0	0.0004	0	0
0	0	0	0.0000	0
0	0	0	0	0.0000

dan ranknya adalah 5.

Dari sini dapat disimpulkan bahwa jika matriks Gauss dimodifikasi sehingga persebaran 2D-nya tidak berbentuk lingkaran, melainkan elips, maka jika matriks tersebut diputar maka nilai-nilai matriks *orthogonal* dan *singular value*-nya berbeda dengan matriks awal. Berbeda dengan bentuk lingkaran yang nilai-nilai matriksnya sama. Dari penurunan rumus untuk matriks Gauss berbentuk lingkaran akan didapat bahwa perputaran tidak mengubah nilai x dan y sama sekali, sehingga tidak ada perbedaan antara matriks Gauss sebelum pemutaran dengan sesudah pemutaran.

Lain halnya dengan bentuk elips. Matriks Gauss akan berbeda. Nilai *Singular value*-nya berbeda dengan matriks sebelum diputar, dan ranknya pun berubah.

5. Degradasi Kernel

Uji coba dilakukan dengan berbagai skenario. Adapun skenario yang dibuat antara lain:

- Penggunaan distribusi Gauss berbentuk lingkaran,
- Penggunaan distribusi Gauss berbentuk elips tanpa pemutaran,

- Percobaan menggunakan Nilai distribusi yang sama antara degradasi kernel dan restorasi kernel dan pemutaran $\neq 0$,
- Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih kecil daripada restorasi kernel,
- Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih besar daripada restorasi kernel,
- Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel yang sama antara degradasi kernel dan restorasi kernel, dimana image degradasi terlebih dahulu di-*attack* dengan PNSR 100,
- Percobaan menggunakan Nilai distribusi yang sama antara degradasi kernel dan restorasi kernel, namun ukuran degradasi kernel lebih besar ($>$) daripada restorasi kernel,
- Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih kecil daripada restorasi kernel, namun ukuran degradasi kernel lebih besar ($>$) daripada restorasi kernel,
- Percobaan menggunakan ukuran kernel matriks sangat besar, sigma kernel degradasi dan restorasi sama, ukuran matriks sama. Pada percobaan ini, citra mengalami degradasi (*blur*) yang parah.

Berikut adalah tabel-tabel yang dihasilkan dari skenario percobaan di atas.

Tabel 1. Penggunaan distribusi Gauss berbentuk lingkaran

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	96,7383	96,7383	Sama
2	89,5165	89,5165	Sama
3	87,2185	87,2185	Sama
4	92,5352	92,5352	Sama
5	90,8923	90,8923	Sama
6	104,058	104,058	Sama
7	93,6974	93,6974	Sama
8	98,2303	98,2303	Sama

9	87,9311	87,9311	Sama
---	---------	---------	------

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa penggunaan distribusi *Gauss* berbentuk lingkaran tidak meningkatkan atau menurunkan PSNR.

Tabel 2. Penggunaan distribusi *Gauss* berbentuk elips tanpa pemutaran

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	96,7767	96,7767	Sama
2	89,6485	89,6485	Sama
3	87,2186	87,2186	Sama
4	92,7389	92,7389	Sama
5	91,2097	91,2097	Sama
6	104,0686	104,0686	Sama
7	93,7216	93,7216	Sama
8	98,2498	98,2498	Sama
9	87,9313	87,9313	Sama

Sama dengan persebaran *Gauss* berbentuk lingkaran, persebaran *Gauss* berbentuk elips tanpa pemutaran tidak meningkatkan atau menurunkan nilai PSNR.

Tabel 3. Percobaan menggunakan Nilai distribusi yang sama antara degradasi kernel dan restorasi kernel dan pemutaran $\neq 0$

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	96,7941	97,1853	Naik
2	89,7273	89,8806	Naik
3	87,2479	87,3142	Naik
4	92,6644	93,0658	Naik

5	91,2407	91,8617	Naik
6	104,1094	104,6373	Naik
7	93,7282	94,0648	Naik
8	98,231	98,8525	Naik
9	87,9577	88,2568	Naik

Pada Tabel 3, SVD mampu meningkatkan PSNR, yaitu ketika kasus nilai distribusi dan ukuran kernel matriks degradasi dan restorasi sama, dan pemutaran $\neq 0$.

Tabel 4. Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih kecil daripada restorasi kernel

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	96,6501	97,0499	Naik
2	89,4871	89,6008	Naik
3	87,1464	87,1368	Turun
4	92,4803	92,9445	Naik
5	90,8988	91,453	Naik
6	103,9502	104,3843	Naik
7	93,5867	93,9091	Naik
8	98,102	98,7815	Naik
9	87,8658	88,1015	Naik

Pada saat nilai distribusi degradasi kernel lebih kecil dibanding distribusi restorasi kernel, PSNR cenderung naik. Hanya ada satu gambar yang mengalami penurunan PSNR. Ini tergolong baik.

Tabel 5. Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih besar daripada restorasi kernel

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	96,5121	90,5165	Turun
2	89,3083	85,3411	Turun
3	87,046	86,1062	Turun
4	92,2951	86,9869	Turun
5	90,6661	86,7913	Turun
6	103,7968	98,255	Turun
7	93,4461	88,8029	Turun
8	97,9655	93,1607	Turun
9	87,7748	84,0823	Turun

Saat nilai distribusi degradasi kernel lebih besar daripada restorasi kernel, PSNR cenderung turun. Untuk itu ketika akan melakukan restorasi kernel ada baiknya ambil nilai distribusi yang cukup besar, kemudian perlahan kurangi hingga mendapat hasil yang baik.

Tabel 6. Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih besar daripada restorasi kernel

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	82,263	82,1979	Turun
2	82,5575	82,4815	Turun
3	82,2168	82,1695	Turun
4	82,2565	82,181	Turun
5	82,2566	82,1817	Turun
6	89,4983	89,4878	Turun
7	85,8775	85,8251	Turun
8	86,0813	86,0516	Turun
9	81,7883	81,7562	Turun

Berdasarkan Tabel 6, restorasi citra menggunakan SVD cenderung tidak tahan gangguan, dilihat dari turunnya nilai PSNR. Untuk itu perlu dilakukan kombinasi dengan metode lain yang tahan serangan untuk mendapatkan hasil yang lebih bagus.

Tabel 7. Percobaan menggunakan Nilai distribusi yang sama antara degradasi kernel dan restorasi kernel, namun ukuran degradasi kernel lebih besar (>) daripada restorasi kernel

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	94,6977	94,793	Naik
2	88,2654	88,3062	Naik
3	86,2467	86,2495	Naik
4	90,8625	91,0764	Naik
5	90,0977	90,2914	Naik
6	102,0245	102,0245	Sama
7	91,6706	91,8308	Naik
8	96,0245	96,1139	Naik
9	87,2275	88,214	Naik

Tabel 8. Percobaan menggunakan Nilai distribusi degradasi kernel lebih kecil daripada restorasi kernel, namun ukuran degradasi kernel lebih besar (>) daripada restorasi kernel

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	94,6977	94,8227	Naik
2	88,2654	88,3276	Naik
3	86,2467	86,2503	Naik
4	90,8625	91,0875	Naik
5	90,0977	90,317	Naik

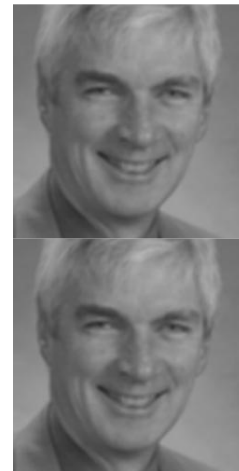
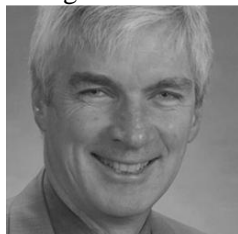
6	102,0245	102,2261	Naik
7	91,6706	91,852	Naik
8	96,0245	96,1291	Naik
9	87,2275	88,2334	Naik

Tabel 9. Percobaan menggunakan ukuran kernel matriks sangat besar, sigma kernel degradasi dan restorasi sama, ukuran matriks sama. Pada percobaan ini, citra mengalami degradasi (*blur*) yang parah

Gambar	PSNR degraded	PSNR restored	keterangan
1	91,9694	87,066	Turun
2	86,2403	83,142	Turun
3	84,5887	82,2896	Turun
4	88,4325	83,8049	Turun
5	88,4653	84,2019	Turun

Pada Tabel 9, ketika degradasi sudah sedemikian parah (dalam hal ini *blur*-nya sangat tidak jelas), kemampuan SVD untuk mengembalikan citra mengecil. Terbukti dari semua kasus restorasi, tidak satu pun yang mengalami kenaikan PSNR.

Contoh-contoh citra hasil restorasi dapat dilihat pada gambar-gambar di bawah.



Gambar 8. Gambar awal, degradasi, dan restorasi menggunakan kernel distribusi Gauss lingkaran. Citra degradasi dan restorasi sama nilainya.



Gambar 9. Gambar awal, degradasi, dan restorasi menggunakan kernel distribusi Gauss elips tanpa pemutaran. Citra degradasi dan restorasi sama nilainya.



Gambar 10. Gambar awal, degradasi, dan restorasi menggunakan kernel distribusi Gauss elips dengan pemutaran. Citra restorasi mengalami peningkatan PSNR.



Gambar 11. Gambar awal, degradasi, dan restorasi dimana ukuran degradasi kernel lebih kecil daripada restorasi kernel. Citra restorasi mengalami penurunan PSNR, namun jika dilihat dengan kasat mata gambar mengalami penajaman (semakin jelas).





Gambar 12. Gambar awal, degradasi, dan restorasi. Ukuran matriks kernel yang besar menyebabkan citra sangat terdegradasi (sangat blur). Meskipun citra restorasi gambarnya lebih tajam, namun tidak bisa mengembalikan kualitas gambar awalnya.

6. Kesimpulan

Restorasi image merupakan salah satu bagian penting dari ranah pemrosesan citra. Contoh kegunaannya antara lain untuk merestorasi dokumen tulisan yang hampir tidak terbaca, membantu rekonstruksi kejadian melalui sebuah foto, dan lain sebagainya. Dalam penelitian ini telah dilakukan restorasi citra menggunakan *Singular Value Decomposition (SVD)*, dimana matriks degradasi berupa matriks distribusi Gauss, dan matriks restorasinya adalah *pseudo-inverse* dari matriks degradasi. Namun karena matriks distribusi Gauss rank-nya bernilai 1, maka terjadi kendala ketika akan melakukan *pseudo-inverse* itu sendiri.

Untuk itu dilakukan rotasi terhadap matriks *Gaussian* agar rank-nya tidak bernilai 1. Matriks *Gaussian* yang digunakan pun dimodifikasi, semula berbasis lingkaran menjadi berbasis elips agar pemutaran memberikan pengaruh terhadap nilai-nilai dalam matriks tersebut.

Dari beberapa hasil percobaan, ditemukan bahwa restorasi citra menggunakan SVD cukup efektif, dilihat dari kenaikan nilai PSNR dari citra terdegradasi menjadi citra restorasi. Namun untuk kasus-kasus tertentu nilai PSNR turun, seperti ketika nilai distribusi degradasi kernel lebih baik daripada restorasi kernel, kemudian citra di-*attack* terlebih dahulu sebelum di-restorasi, dsb. Namun mengingat kasus tersebut tidak sering terjadi dan polanya sudah diketahui, untuk masa mendatang, jika ada citra terdegradasi yang tidak diketahui aslinya, maka dapat diambil nilai-nilai parameter yang paling mendekati kemungkinan PSNR untuk naik, seperti memperbesar ukuran matriks restorasi, memperbesar distribusi, dan lain sebagainya.

SVD untuk restorasi citra masih perlu dikembangkan untuk mencapai PSNR yang lebih baik, terutama jika citra terdegradasi mengalami derau yang parah. Bila perlu digabungkan dengan beberapa algoritma dan metode, seperti Wiener, teknik anisotropic denoising of total variation, Mumford-Shah functional dengan EVAM restoration condition, dsb.

Acknowledgement

Penelitian ini terselenggara atas bantuan hibah internal Universitas Muhammadiyah Jakarta tahun anggaran 2016. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada Universitas Muhammadiyah atas hibah dan kesempatan yang telah diberikan. Penulis berharap hibah ini dipertahankan dan ditingkatkan besaran nominalnya untuk mendukung kualitas pendidikan dan pengajaran di Universitas Muhammadiyah Jakarta.

Daftar Pustaka

- Laburgouis, F., Hubert (2006). Meanshift Clustering for Document Image Restoration. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2006.
- Mallahzadeh, A., Deghani, H., Elyasi, I (2008). Multiscale Blind Image Restoration with a New Method. *International*

Journal of Computer Science and Engineering, Vol. 2, No. 4.

Moayeri, N., Konstantinides, K (1998). An Algorithm for Blind Restoration of Blurred and Noisy Images. *Hewlett Packard Laboratories 1501*. Page Mill Road: Palo Alto, CA 94304-1120.

Nagy, J., G., O'Leary, D., P (2002). Image Restoration Through Subimages and Confidence Images. *Electronic Transaction on Numerical Analysis*, Vol 13, pp.22-37.

Sroubek, F., Flusser, J (2003). Multichannel Blind Iterative Image Restoration. *IEEE Transactions On Image Processing*, Vol.12, No.9, pp.1094-1106, September 2003.

Yang, G., Z., Gillies, D., F. Computer Vision : Development Image Processing and Edge Detection. *Department of Computing, Imperial College*.

Zhang, X., Wang, S (2006). Image Restoration Using Truncated SVD Filter Bank Based on an Energy Criterion. *IEEE Proc-Vis. Image Signal Process*, Vol. 153, No. 6, December 2006.

Biodata Penulis

Priadhana Edi Kresnha, memperoleh gelar Sarjana Komputer (S.Kom.), Jurusan Ilmu Komputer Universitas Indonesia, lulus tahun 2007. Kemudian melanjutkan lagi sekolah S2 dan memperoleh gelar Magister Komputer (M.Kom.) Program Pasca Sarjana Magister Komputer Universitas Indonesia, lulus tahun 2010. Saat ini menjadi Dosen di Jurusan Informatika Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Jakarta.

BERITA ACARA PELAKSANAAN HASIL SEMINAR SESI PARALEL KNASTIK 2016

Judul : Restorasi Citra Menggunakan SVD dengan Matriks Distribusi Gauss Terotasi

Pemakalah : Priadhana Edi Kresnha

Moderator : Drs. R Gunawan S., M.Si.

Notulis : Emylia Intan L.

Peserta : 8 orang di ruang : E.3.5

Tanya Jawab :

1. Pernah di coba document untuk apa?
Belom pernah di coba, yakin jika andaikata ada document yang rusak bagaimana?
2. Bisa nunjukin gambar2 hasilnya?
Treatment digunakan noise di deteksi secara digital jadi document rusak secara real, orang-orang akan melihat apakah itu rusak secara real atau tidak.
3. Pak Nugroho UKDW
Apakah bisa menunjukan hasil gambarnya?
Gambarnya bisa di akses di URL secara visual, belum menemukan cara dan metode yang tepat.

Rangkuman

Citra menggunakan SPD dan matrix first. Cernel menggunakan Gaus elips
Dengan cerner meningkatkan kualitas.


Masukan Seminar :

Yogyakarta, 19 November 2016

Moderator Kelas


Drs. R Gunawan S., M.Si.

Pengaji Makalah


PRIADHANA EDI KRESNHA, S.Kom.